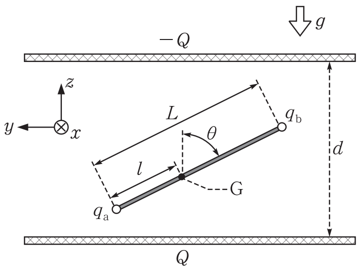
物理

［◆機械工学科　◆総合機械工学科
◆電気電子工学科
◆建築学科／建築専攻（Ⅰ型）◆建築学科／インテリアデザイン専攻（Ⅰ型）
◆建築学科／土木・環境専攻（Ⅰ型）
◆情報システム学科／コンピュータサイエンス専攻
◆情報システム学科／情報ネットワーク専攻
◆情報デザイン学科／メディアデザイン専攻（Ⅰ型）
◆情報デザイン学科／プロダクトデザイン専攻（Ⅰ型）
◆総合情報学科／かおりデザイン専攻（Ⅰ型）
◆総合情報学科／経営情報専攻（Ⅰ型）］

［Ⅰ］　次の問いの $\boxed{}$ の中の答えを，それぞれの解答群の中から１つずつ選べ。解答群の中の番号は，同じものを何度使ってもよい。



図のように，真空中に平行板コンデンサーの極板を水平に置き，上側の極板に電気量 $-Q(Q>0)$，下側の極板に電気量 Q を与える。その極板間に細い剛体棒を配置する。ただし，図の剛体棒の左端には電気量 q_a の小さい電荷が付いており，右端には電気量 q_b の小さい電荷が付いている。そして，剛体棒は鉛直方向から角度 θ だけ傾いた状態で静止した。ただし，電荷と極板は接触していない。この静止状態における電気量 q_a，q_b を以下の問いで求めていく。

なお，重力加速度の大きさは g である。上下の極板それぞれで，電気量は一様に分布している。コンデンサーの電気容量は C，極板間の距離は d である。剛体棒（電荷も含む）の質量は M，長さは L である。また，剛体棒の重心 G と電荷 q_a の距離は l である。図の $\otimes$ は x 軸が紙面に垂直に表から裏への向きであることを示す。z 軸は鉛直上向きである。

(1) コンデンサーの極板間の電位差は $V=\boxed{ア}$ であり，極板間の電場（電界）の強さは $E=\boxed{イ}$ である。また，電場の向きは $\boxed{ウ}$ である。

(2) 図のように剛体棒が静止するので，電荷 q_a と q_b の符号は $\boxed{エ}$ である。

(3) 電荷 q_a に作用する電気力の大きさは $F_a=q_a\times\boxed{オ}$，向きは $\boxed{カ}$ である。電荷 q_b に作用する電気力の大きさは $F_b=q_b\times\boxed{キ}$，向きは $\boxed{ク}$ である。また，剛体棒に作用する重力の大きさは $F_g=M\times\boxed{ケ}$，向きは $\boxed{コ}$ である。

以下，力のモーメントは重心 G を回転中心として計算する。ただし，力のモーメントの符号は，力が重心 G に関して時計回りの回転を引き起こそうとする場合に正とする。

(4) 電荷 q_a の電気力のモーメントの大きさは $N_a=F_a\times\boxed{サ}$，電荷 q_b の電気力のモーメントの大きさは $N_b=F_b\times\boxed{シ}$ である。また，剛体棒に作用する重力のモーメントの大きさは $N_g=F_g\times\boxed{ス}$ である。

(5) 以上より，力の釣り合いと力のモーメントの釣り合いを表す式は $\boxed{セ}$ である。よって，$q_a=\boxed{ソ}$，$q_b=\boxed{タ}$ と求まる。

解答群

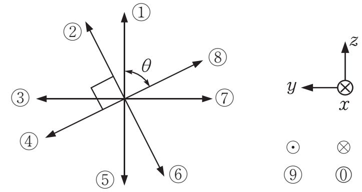
$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$

①　CV　②　CVd　③　$\dfrac{CV}{d}$　④　$\dfrac{C}{Q}$　⑤　$\dfrac{Cd}{Q}$

⑥　$\dfrac{C}{Qd}$　⑦　$\dfrac{Q}{C}$　⑧　$\dfrac{Qd}{C}$　⑨　$\dfrac{Q}{Cd}$　⓪　0

$\boxed{ウ}$，$\boxed{カ}$，$\boxed{ク}$，$\boxed{コ}$

右図の解答群から適切な向きを選べ。ただし，⊙ は x 軸と逆向きを示す。



$\boxed{エ}$

①　$q_a=0,\ q_b=0$　②　$q_a=0,\ q_b>0$　③　$q_a=0,\ q_b<0$

④　$q_a>0,\ q_b=0$　⑤　$q_a<0,\ q_b=0$　⑥　$q_a>0,\ q_b>0$

⑦　$q_a>0,\ q_b<0$　⑧　$q_a<0,\ q_b>0$　⑨　$q_a<0,\ q_b<0$

$\boxed{オ}$，$\boxed{キ}$，$\boxed{ケ}$

①　d　②　$\dfrac{1}{d}$　③　E　④　$\dfrac{1}{E}$　⑤　Q　⑥　$\dfrac{1}{Q}$　⑦　V　⑧　$\dfrac{1}{V}$　⑨　g　⓪　$\dfrac{1}{g}$

$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$

①　L　②　$L\sin\theta$　③　$L\cos\theta$　④　l　⑤　$l\sin\theta$

⑥　$l\cos\theta$　⑦　$(L-l)$　⑧　$(L-l)\sin\theta$　⑨　$(L-l)\cos\theta$　⓪　0

セ

① $\begin{cases}F_a+F_b+F_g=0\\N_a+N_b=0\end{cases}$　② $\begin{cases}F_a+F_b+F_g=0\\N_a-N_b=0\end{cases}$　③ $\begin{cases}F_a+F_b+F_g=0\\N_a+N_b+N_g=0\end{cases}$

④ $\begin{cases}F_a+F_b-F_g=0\\N_a+N_b=0\end{cases}$　⑤ $\begin{cases}F_a+F_b-F_g=0\\N_a-N_b=0\end{cases}$　⑥ $\begin{cases}F_a+F_b-F_g=0\\N_a+N_b+N_g=0\end{cases}$

⑦ $\begin{cases}F_a-F_b+F_g=0\\N_a+N_b=0\end{cases}$　⑧ $\begin{cases}F_a-F_b+F_g=0\\N_a-N_b=0\end{cases}$　⑨ $\begin{cases}F_a-F_b+F_g=0\\N_a+N_b+N_g=0\end{cases}$

ソ，タ

① $\dfrac{Mg}{E}$　② $\dfrac{E}{Mg}$　③ $\dfrac{l}{L}\dfrac{Mg}{E}$　④ $\dfrac{L-l}{L}\dfrac{Mg}{E}$　⑤ $\dfrac{l}{L}\dfrac{E}{Mg}$

⑥ $\dfrac{L-l}{L}\dfrac{E}{Mg}$　⑦ $\dfrac{L}{l}\dfrac{Mg}{E}$　⑧ $\dfrac{L}{L-l}\dfrac{Mg}{E}$　⑨ $\dfrac{L}{l}\dfrac{E}{Mg}$　⓪ $\dfrac{L}{L-l}\dfrac{E}{Mg}$

［Ⅱ］　次の問いの $\boxed{}$ の中の答えを，それぞれの解答群の中から１つずつ選べ。解答群の中の番号は，同じものを何度使ってもよい。

図１のような，x 軸，y 軸，z 軸に垂直な壁をもつ一辺の長さが L の立方体（体積 $V=L^3$）の容器に，N 個の単原子分子からなる理想気体を閉じ込める。アボガドロ定数を N_A とすると，気体の物質量（モル数）は $n=\dfrac{N}{N_A}$ である。この気体の圧力を p，絶対温度を T とすると，気体定数 R を用いて，状態方程式は $\boxed{ア}$ で表される。以下，気体分子の運動を考える。気体分子はそれぞれ質量 m を有し，容器の壁に弾性衝突しエネルギーを失わずに跳ね返る。

一つの分子が速度 $\vec{v}=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ で運動している。v_x，v_y，v_z は速度 $\vec{v}$ の x，y，z 成分である。分子の速さを v とする。この分子がもつ運動量は $\boxed{イ}$ である。この分子が図２のように x 軸に垂直な壁の一つ（壁 A）に衝突するとき，運動量の x 成分は $\boxed{ウ}$ から $\boxed{エ}$ に変化する。この衝突で分子が受ける力積は運動量の変化に等しい。１回の衝突で分子が壁 A に与える力積の大きさは $\boxed{オ}$ と求められる。

一方，壁 A に衝突してから，ふたたび壁 A に衝突するまでに，分子は x 方向に往復で $2L$ だけ移動することになる。分子は単位時間（１秒間）で x 方向に v_x だけ進むので，壁 A に単位時間に $\boxed{カ}$ 回衝突する。１つの分子が単位時間に壁 A に与える力積の和は $\boxed{オ}\times\boxed{カ}=\boxed{キ}\times v_x^2$ であり，これが１つの分子が壁 A に与える平均の力 f に等しい。

容器内の N 個の気体分子が壁 A に与える力 F は，それぞれの分子が与える平均の力の和である。i 番目の分子が与える平均の力を f_i とし，i 番目の分子の速度を $\vec{v_i}=(v_{ix},\ v_{iy},\ v_{iz})$ とすれば，$F=\sum_{i=1}^{N}f_i=\sum_{i=1}^{N}(\boxed{キ}\times v_{ix}^2)$ で計算できる。ここで，v_x^2 の N 個の分子における平均を $\overline{v_x^2}=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2$ とすると，N 個の気体分子が壁 A に与える力は $F=\boxed{キ}\times\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2=\boxed{ク}\times\overline{v_x^2}$ となる。

N 個の気体分子の運動は乱雑なので，$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}$ と置くことができる。よって，速さの２乗の平均を $\overline{v^2}=\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2}=3\overline{v_x^2}$ と表すことができ，N 個の気体分子が壁 A に与える力は $F=\boxed{ク}\times\dfrac{\overline{v^2}}{3}$ となる。一方，壁 A の面積は L^2 であるので，壁が受ける圧力は $p=\boxed{ケ}$ である。以上より $pV=\boxed{コ}$ と表される。これを理想気体の状態方程式 $\boxed{ア}$ と比較すれば，１分子あたりの平均運動エネルギーが $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\boxed{サ}$ と求められる。

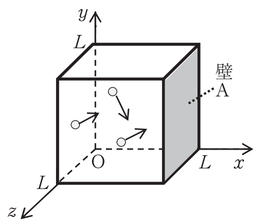


図１

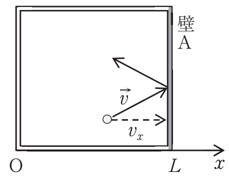


図２

解答群

ア

① $pL^3=\dfrac{N}{N_A}RT$　② $pT=\dfrac{N}{N_A}RL^3$　③ $TL^3=\dfrac{N}{N_A}Rp$

④ $\dfrac{p}{L^3}=\dfrac{N}{N_A}RT$　⑤ $pL^3=\dfrac{N}{N_A}\dfrac{R}{T}$　⑥ $\dfrac{L^3}{p}=\dfrac{N}{N_A}RT$

イ

① $\dfrac{1}{2}mv^2$　② mv^2　③ $2mv^2$　④ $\dfrac{1}{2}m\vec{v}$　⑤ $m\vec{v}$

⑥ $2m\vec{v}$　⑦ $\dfrac{\vec{v}}{2m}$　⑧ $\dfrac{\vec{v}}{m}$　⑨ $\dfrac{2\vec{v}}{m}$

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$

① $\frac{1}{2}mv_x^{\,2}$　② $mv_x^{\,2}$　③ $2mv_x^{\,2}$　④ $-mv_x^{\,2}$　⑤ $-2mv_x^{\,2}$

⑥ $\frac{1}{2}mv_x$　⑦ mv_x　⑧ $2mv_x$　⑨ $-mv_x$　⓪ 0

$\boxed{\text{カ}}$　① $2Lv_x$　② $2Lv_x^{\,2}$　③ $\frac{2L}{v_x}$　④ $\frac{2L}{v_x^{\,2}}$　⑤ $\frac{v_x}{2L}$　⑥ $\frac{v_x^{\,2}}{2L}$

$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$

① mL　② $\frac{m}{L}$　③ $2mL$　④ NmL　⑤ $2NmL$　⑥ $\frac{Nm}{L}$

$\boxed{\text{ケ}}$　① $\frac{F}{L}$　② $\frac{L}{F}$　③ $\frac{L}{F^2}$　④ $\frac{F}{L^2}$　⑤ FL　⑥ FL^2

$\boxed{\text{コ}}$　① $\frac{m\overline{v^2}}{2}$　② $\frac{3m\overline{v^2}}{2}$　③ $\frac{Nm\overline{v^2}}{3}$　④ $\frac{Nm\overline{v^2}}{L}$　⑤ $\frac{Nm\overline{v^2}}{3L}$　⑥ $\frac{3Nm\overline{v^2}}{2L}$

$\boxed{\text{サ}}$　① $\frac{R}{N_A}T$　② $\frac{1}{2}\frac{R}{N_A}T$　③ $\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$　④ RT　⑤ $\frac{1}{2}RT$　⑥ $\frac{3}{2}RT$

［Ⅲ］　図のように，点Ａから点Ｂへ向かう２つのルートがあり，これらに沿って物体が運動できる。１つ目のルートは，点Ａから点Ｂへ水平なレールに沿ってまっすぐに向かうルートである。これをルート１と呼ぶ。２つ目のルートは，点Ａから鉛直下向きに点Ｃへ進み，点Ｃから点Ｄへ水平なレールに沿ってまっすぐに向かい，点Ｄから鉛直上向きに点Ｂへ到達するルートである。これをルート２と呼ぶ。AB 間の距離を L とし，AC 間の距離を H とする。重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗およびレールと物体の間の摩擦を無視する。

最初に，質量 m の小物体Ｐを点Ａから速さ v_0 でルート１に沿って発射する。

(1)　Ｐが AB 間を移動する時間 T_P を L，g，m，v_0 の中の必要な量で表せ。

次に，質量 m の小物体Ｑを点Ａから速さ v_0 で点Ｃに向けて発射する。点Ｃおよび点Ｄで，小物体Ｑは力学的エネルギーを失うことなくルート２に沿って速度の向きを変える。

(2)　発射直後にＱが持つ運動エネルギー K_0 と重力による位置エネルギー U_0 を L，H，g，m，v_0 の中の必要な量で表せ。ただし，点Ｃを位置エネルギーの基準とする。

(3)　点Ｃに到達する直前にＱが持つ運動エネルギーを K_1 とする。このとき，K_0，U_0，K_1 の間に成り立つ等式を書け。

(4)　点Ｃに到達する直前の速さ v_1 を，L，H，g，m，v_0 の中の必要な量で表せ。

(5)　発射直後にＱに働く力の大きさ f を g，m，v_0 の中の必要な量で表せ。

(6)　発射直後にＱに生じた加速度の大きさを a とする。このとき，m，f，a の間に成り立つ等式を書け。

(7)　Ｑが AC 間を移動する時間を t_1 とする。点Ｃに到達する直前の速さ v_1 を，v_0，a，t_1 で表せ。

(8)　時間 t_1 を g，v_0，v_1 で表せ。

(9)　Ｑがルート２に沿って点Ａから点Ｂまで移動する時間 T_Q を L，g，m，v_0，v_1 の中の必要な量で表せ。

最後に，小物体Ｐを点Ａから速さ v_0 でルート１に沿って発射し，同時に，小物体Ｑを点Ａから速さ v_0 でルート２に沿って発射する。ただし $H \neq 0$ とする。

(10)　ＰとＱが同時に点Ｂに到達したとする。このときの L を g，v_0，v_1 で表せ。

(11)　問い(10)の場合に，H を L，g，v_0 で表せ。

(12)　速さ v_0 がある値 V_0 以上になると，H がどのような値であってもＰとＱは同時に点Ｂに到達できない。この値 V_0 を L，g で表せ。