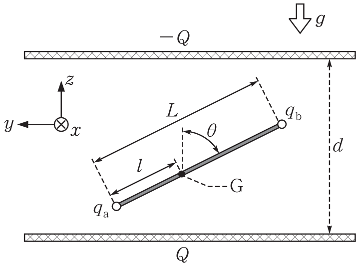
物理

［◆機械工学科　◆総合機械工学科
◆電気電子工学科
◆建築学科／建築専攻（Ⅰ型）◆建築学科／インテリアデザイン専攻（Ⅰ型）
◆建築学科／土木・環境専攻（Ⅰ型）
◆情報システム学科／コンピュータサイエンス専攻
◆情報システム学科／情報ネットワーク専攻
◆情報デザイン学科／メディアデザイン専攻（Ⅰ型）
◆情報デザイン学科／プロダクトデザイン専攻（Ⅰ型）
◆総合情報学科／かおりデザイン専攻（Ⅰ型）
◆総合情報学科／経営情報専攻（Ⅰ型）］

［Ⅰ］　次の問いの $\boxed{}$ の中の答えを，それぞれの解答群の中から１つずつ選べ。解答群の中の番号は，同じものを何度使ってもよい。

図のように，真空中に平行板コンデンサーの極板を水平に置き，上側の極板に電気量 $-Q(Q>0)$，下側の極板に電気量 Q を与える。その極板間に細い剛体棒を配置する。ただし，図の剛体棒の左端には電気量 q_a の小さい電荷が付いており，右端には電気量 q_b の小さい電荷が付いている。そして，剛体棒は鉛直方向から角度 θ だけ傾いた状態で静止した。ただし，電荷と極板は接触していない。この静止状態における電気量 q_a，q_b を以下の問いで求めていく。



なお，重力加速度の大きさは g である。上下の極板それぞれで，電気量は一様に分布している。コンデンサーの電気容量は C，極板間の距離は d である。剛体棒（電荷も含む）の質量は M，長さは L である。また，剛体棒の重心 G と電荷 q_a の距離は l である。図の ⊗ は x 軸が紙面に垂直に表から裏への向きであることを示す。z 軸は鉛直上向きである。

(1) コンデンサーの極板間の電位差は $V=$ $\boxed{ア}$ であり，極板間の電場（電界）の強さは $E=$ $\boxed{イ}$ である。また，電場の向きは $\boxed{ウ}$ である。

(2) 図のように剛体棒が静止するので，電荷 q_a と q_b の符号は $\boxed{エ}$ である。

(3) 電荷 q_a に作用する電気力の大きさは $F_a = q_a \times$ $\boxed{オ}$，向きは $\boxed{カ}$ である。電荷 q_b に作用する電気力の大きさは $F_b = q_b \times$ $\boxed{キ}$，向きは $\boxed{ク}$ である。また，剛体棒に作用する重力の大きさは $F_g = M \times$ $\boxed{ケ}$，向きは $\boxed{コ}$ である。

以下，力のモーメントは重心 G を回転中心として計算する。ただし，力のモーメントの符号は，力が重心 G に関して時計回りの回転を引き起こそうとする場合に正とする。

(4) 電荷 q_a の電気力のモーメントの大きさは $N_a = F_a \times$ $\boxed{サ}$，電荷 q_b の電気力のモーメントの大きさは $N_b = F_b \times$ $\boxed{シ}$ である。また，剛体棒に作用する重力のモーメントの大きさは $N_g = F_g \times$ $\boxed{ス}$ である。

(5) 以上より，力の釣り合いと力のモーメントの釣り合いを表す式は $\boxed{セ}$ である。よって，$q_a=$ $\boxed{ソ}$，$q_b=$ $\boxed{タ}$ と求まる。

解答群

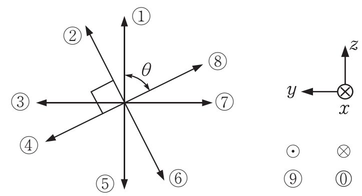
$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$

① CV　② CVd　③ $\dfrac{CV}{d}$　④ $\dfrac{C}{Q}$　⑤ $\dfrac{Cd}{Q}$

⑥ $\dfrac{C}{Qd}$　⑦ $\dfrac{Q}{C}$　⑧ $\dfrac{Qd}{C}$　⑨ $\dfrac{Q}{Cd}$　⓪ 0

$\boxed{ウ}$，$\boxed{カ}$，$\boxed{ク}$，$\boxed{コ}$

右図の解答群から適切な向きを選べ。ただし，⊙ は x 軸と逆向きを示す。



$\boxed{エ}$

① $q_a=0$, $q_b=0$　② $q_a=0$, $q_b>0$　③ $q_a=0$, $q_b<0$

④ $q_a>0$, $q_b=0$　⑤ $q_a<0$, $q_b=0$　⑥ $q_a>0$, $q_b>0$

⑦ $q_a>0$, $q_b<0$　⑧ $q_a<0$, $q_b>0$　⑨ $q_a<0$, $q_b<0$

$\boxed{オ}$，$\boxed{キ}$，$\boxed{ケ}$

① d　② $\dfrac{1}{d}$　③ E　④ $\dfrac{1}{E}$　⑤ Q　⑥ $\dfrac{1}{Q}$　⑦ V　⑧ $\dfrac{1}{V}$　⑨ g　⓪ $\dfrac{1}{g}$

$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$

① L　② $L\sin\theta$　③ $L\cos\theta$　④ l　⑤ $l\sin\theta$

⑥ $l\cos\theta$　⑦ $(L-l)$　⑧ $(L-l)\sin\theta$　⑨ $(L-l)\cos\theta$　⓪ 0

$\boxed{\text{セ}}$

① $\begin{cases} F_a+F_b+F_g=0 \\ N_a+N_b=0 \end{cases}$　② $\begin{cases} F_a+F_b+F_g=0 \\ N_a-N_b=0 \end{cases}$　③ $\begin{cases} F_a+F_b+F_g=0 \\ N_a+N_b+N_g=0 \end{cases}$

④ $\begin{cases} F_a+F_b-F_g=0 \\ N_a+N_b=0 \end{cases}$　⑤ $\begin{cases} F_a+F_b-F_g=0 \\ N_a-N_b=0 \end{cases}$　⑥ $\begin{cases} F_a+F_b-F_g=0 \\ N_a+N_b+N_g=0 \end{cases}$

⑦ $\begin{cases} F_a-F_b+F_g=0 \\ N_a+N_b=0 \end{cases}$　⑧ $\begin{cases} F_a-F_b+F_g=0 \\ N_a-N_b=0 \end{cases}$　⑨ $\begin{cases} F_a-F_b+F_g=0 \\ N_a+N_b+N_g=0 \end{cases}$

$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$

① $\dfrac{Mg}{E}$　② $\dfrac{E}{Mg}$　③ $\dfrac{l}{L}\dfrac{Mg}{E}$　④ $\dfrac{L-l}{L}\dfrac{Mg}{E}$　⑤ $\dfrac{l}{L}\dfrac{E}{Mg}$

⑥ $\dfrac{L-l}{L}\dfrac{E}{Mg}$　⑦ $\dfrac{L}{l}\dfrac{Mg}{E}$　⑧ $\dfrac{L}{L-l}\dfrac{Mg}{E}$　⑨ $\dfrac{L}{l}\dfrac{E}{Mg}$　⓪ $\dfrac{L}{L-l}\dfrac{E}{Mg}$

［Ⅱ］　次の問いの $\boxed{}$ の中の答えを，それぞれの解答群の中から１つずつ選べ。解答群の中の番号は，同じものを何度使ってもよい。

図１のような，x 軸，y 軸，z 軸に垂直な壁をもつ一辺の長さが L の立方体（体積 $V=L^3$）の容器に，N 個の単原子分子からなる理想気体を閉じ込める。アボガドロ定数を N_A とすると，気体の物質量（モル数）は $n=\dfrac{N}{N_A}$ である。この気体の圧力を p，絶対温度を T とすると，気体定数 R を用いて，状態方程式は $\boxed{\text{ア}}$ で表される。以下，気体分子の運動を考える。気体分子はそれぞれ質量 m を有し，容器の壁に弾性衝突しエネルギーを失わずに跳ね返る。

一つの分子が速度 $\vec{v}=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ で運動している。v_x，v_y，v_z は速度 $\vec{v}$ の x，y，z 成分である。分子の速さを v とする。この分子がもつ運動量は $\boxed{\text{イ}}$ である。この分子が図２のように x 軸に垂直な壁の一つ（壁 A）に衝突するとき，運動量の x 成分は $\boxed{\text{ウ}}$ から $\boxed{\text{エ}}$ に変化する。この衝突で分子が受ける力積は運動量の変化に等しい。１回の衝突で分子が壁 A に与える力積の大きさは $\boxed{\text{オ}}$ と求められる。

一方，壁 A に衝突してから，ふたたび壁 A に衝突するまでに，分子は x 方向に往復で $2L$ だけ移動することになる。分子は単位時間（１秒間）で x 方向に v_x だけ進むので，壁 A に単位時間に $\boxed{\text{カ}}$ 回衝突する。１つの分子が単位時間に壁 A に与える力積の和は $\boxed{\text{オ}}\times\boxed{\text{カ}}=\boxed{\text{キ}}\times {v_x}^2$ であり，これが１つの分子が壁 A に与える平均の力 f に等しい。

容器内の N 個の気体分子が壁 A に与える力 F は，それぞれの分子が与える平均の力の和である。i 番目の分子が与える平均の力を f_i とし，i 番目の分子の速度を $\vec{v_i}=(v_{ix},\ v_{iy},\ v_{iz})$ とすれば，$F=\sum_{i=1}^{N} f_i=\sum_{i=1}^{N}\left(\boxed{\text{キ}}\times {v_{ix}}^2\right)$ で計算できる。ここで，${v_x}^2$ の N 個の分子における平均を $\overline{{v_x}^2}=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}{v_{ix}}^2$ とすると，N 個の気体分子が壁 A に与える力は $F=\boxed{\text{キ}}\times\sum_{i=1}^{N}{v_{ix}}^2=\boxed{\text{ク}}\times\overline{{v_x}^2}$ となる。

N 個の気体分子の運動は乱雑なので，$\overline{{v_x}^2}=\overline{{v_y}^2}=\overline{{v_z}^2}$ と置くことができる。よって，速さの２乗の平均を $\overline{v^2}=\overline{{v_x}^2}+\overline{{v_y}^2}+\overline{{v_z}^2}=3\overline{{v_x}^2}$ と表すことができ，N 個の気体分子が壁 A に与える力は $F=\boxed{\text{ク}}\times\dfrac{\overline{v^2}}{3}$ となる。一方，壁 A の面積は L^2 であるので，壁が受ける圧力は $p=\boxed{\text{ケ}}$ である。以上より $pV=\boxed{\text{コ}}$ と表される。これを理想気体の状態方程式 $\boxed{\text{ア}}$ と比較すれば，１分子あたりの平均運動エネルギーが $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\boxed{\text{サ}}$ と求められる。

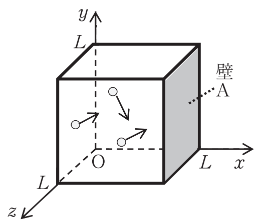


図１

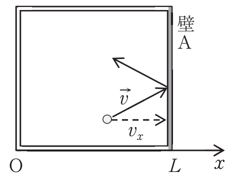


図２

解答群

$\boxed{\text{ア}}$

① $pL^3=\dfrac{N}{N_A}RT$　② $pT=\dfrac{N}{N_A}RL^3$　③ $TL^3=\dfrac{N}{N_A}Rp$

④ $\dfrac{p}{L^3}=\dfrac{N}{N_A}RT$　⑤ $pL^3=\dfrac{N}{N_A}\dfrac{R}{T}$　⑥ $\dfrac{L^3}{p}=\dfrac{N}{N_A}RT$

$\boxed{\text{イ}}$

① $\dfrac{1}{2}mv^2$　② mv^2　③ $2mv^2$　④ $\dfrac{1}{2}m\vec{v}$　⑤ $m\vec{v}$

⑥ $2m\vec{v}$　⑦ $\dfrac{\vec{v}}{2m}$　⑧ $\dfrac{\vec{v}}{m}$　⑨ $\dfrac{2\vec{v}}{m}$

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$

① $\frac{1}{2}mv_x^{\,2}$　② $mv_x^{\,2}$　③ $2mv_x^{\,2}$　④ $-mv_x^{\,2}$　⑤ $-2mv_x^{\,2}$

⑥ $\frac{1}{2}mv_x$　⑦ mv_x　⑧ $2mv_x$　⑨ $-mv_x$　⓪ 0

$\boxed{カ}$　① $2Lv_x$　② $2Lv_x^{\,2}$　③ $\frac{2L}{v_x}$　④ $\frac{2L}{v_x^{\,2}}$　⑤ $\frac{v_x}{2L}$　⑥ $\frac{v_x^{\,2}}{2L}$

$\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$

① mL　② $\frac{m}{L}$　③ $2mL$　④ NmL　⑤ $2NmL$　⑥ $\frac{Nm}{L}$

$\boxed{ケ}$　① $\frac{F}{L}$　② $\frac{L}{F}$　③ $\frac{L}{F^2}$　④ $\frac{F}{L^2}$　⑤ FL　⑥ FL^2

$\boxed{コ}$　① $\frac{m\overline{v^2}}{2}$　② $\frac{3m\overline{v^2}}{2}$　③ $\frac{Nm\overline{v^2}}{3}$　④ $\frac{Nm\overline{v^2}}{L}$　⑤ $\frac{Nm\overline{v^2}}{3L}$　⑥ $\frac{3Nm\overline{v^2}}{2L}$

$\boxed{サ}$　① $\frac{R}{N_A}T$　② $\frac{1}{2}\frac{R}{N_A}T$　③ $\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$　④ RT　⑤ $\frac{1}{2}RT$　⑥ $\frac{3}{2}RT$

［Ⅲ］　図のように，点Aから点Bへ向かう2つのルートがあり，これらに沿って物体が運動できる。1つ目のルートは，点Aから点Bへ水平なレールに沿ってまっすぐに向かうルートである。これをルート1と呼ぶ。2つ目のルートは，点Aから鉛直下向きに点Cへ進み，点Cから点Dへ水平なレールに沿ってまっすぐに向かい，点Dから鉛直上向きに点Bへ到達するルートである。これをルート2と呼ぶ。AB間の距離をLとし，AC間の距離をHとする。重力加速度の大きさをgとし，空気抵抗およびレールと物体の間の摩擦を無視する。

最初に，質量mの小物体Pを点Aから速さv_0でルート1に沿って発射する。

(1) PがAB間を移動する時間T_PをL，g，m，v_0の中の必要な量で表せ。

次に，質量mの小物体Qを点Aから速さv_0で点Cに向けて発射する。点Cおよび点Dで，小物体Qは力学的エネルギーを失うことなくルート2に沿って速度の向きを変える。

(2) 発射直後にQが持つ運動エネルギーK_0と重力による位置エネルギーU_0をL，H，g，m，v_0の中の必要な量で表せ。ただし，点Cを位置エネルギーの基準とする。

(3) 点Cに到達する直前にQが持つ運動エネルギーをK_1とする。このとき，K_0，U_0，K_1の間に成り立つ等式を書け。

(4) 点Cに到達する直前の速さv_1を，L，H，g，m，v_0の中の必要な量で表せ。

(5) 発射直後にQに働く力の大きさfをg，m，v_0の中の必要な量で表せ。

(6) 発射直後にQに生じた加速度の大きさをaとする。このとき，m，f，aの間に成り立つ等式を書け。

(7) QがAC間を移動する時間をt_1とする。点Cに到達する直前の速さv_1を，v_0，a，t_1で表せ。

(8) 時間t_1をg，v_0，v_1で表せ。

(9) Qがルート2に沿って点Aから点Bまで移動する時間T_QをL，g，m，v_0，v_1の中の必要な量で表せ。

最後に，小物体Pを点Aから速さv_0でルート1に沿って発射し，同時に，小物体Qを点Aから速さv_0でルート2に沿って発射する。ただし$H \neq 0$とする。

(10) PとQが同時に点Bに到達したとする。このときのLをg，v_0，v_1で表せ。

(11) 問い(10)の場合に，HをL，g，v_0で表せ。

(12) 速さv_0がある値V_0以上になると，Hがどのような値であってもPとQは同時に点Bに到達できない。この値V_0をL，gで表せ。